Физика

за софтверско инжењерство

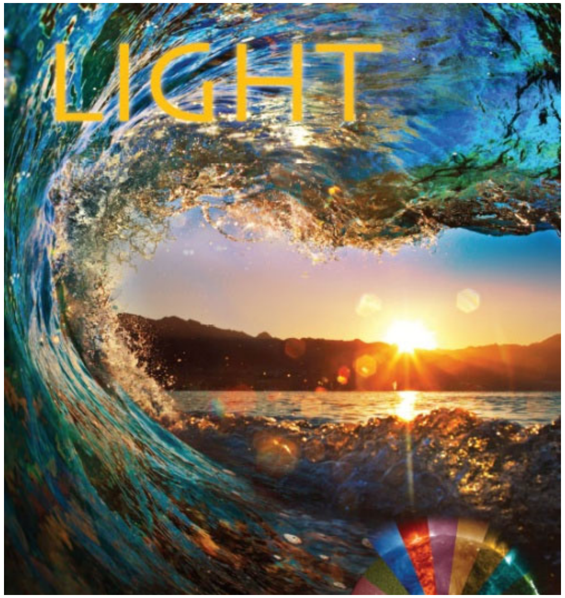
О П Т И К А

-Белешке са предавања-

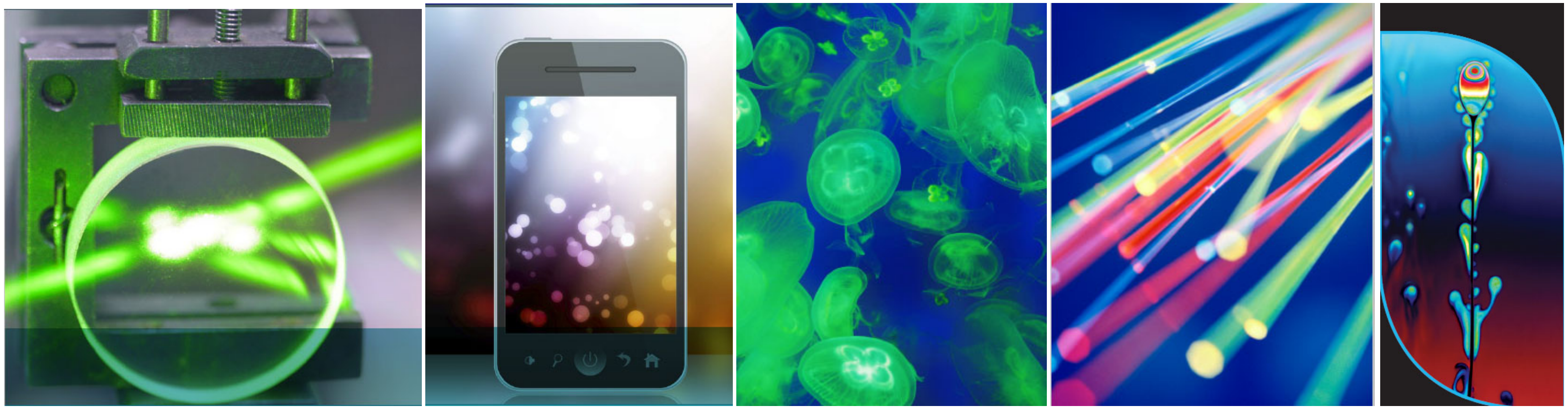
12. децембар 2018

Шта је оптика?

- Оптика је наука о светлости: како се светлост генерише, *простире* и детектује?



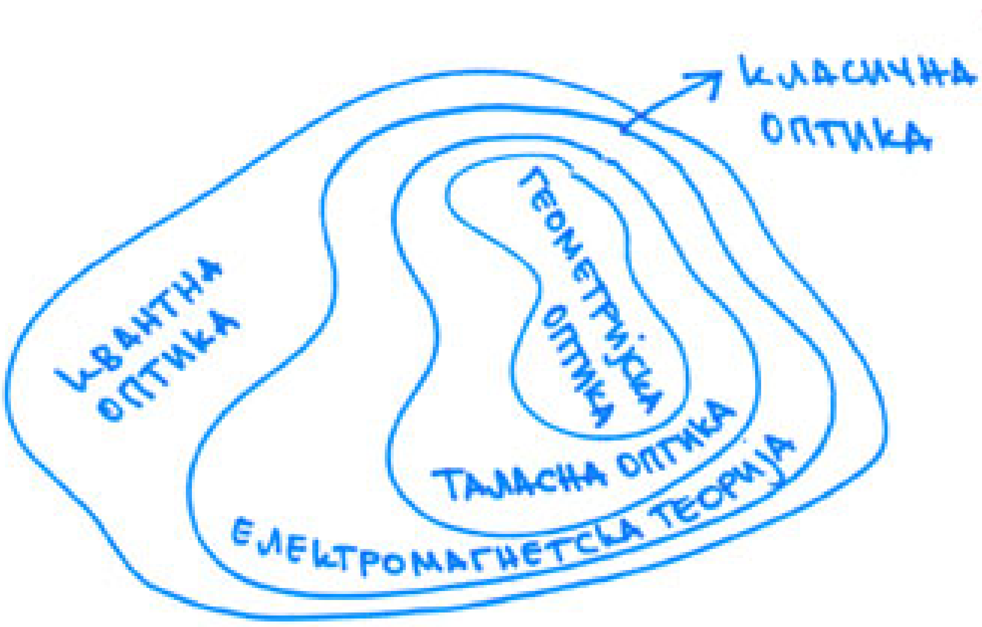
- Оптика је веома стара дисциплина али захваљујући чињеници да светлост има виталну улогу у свакодневном животу, није изгубила на значају...
  → Поред очигледног, а то је могућност да видимо, светлост налази примену у: комуникацијама, медицини и биологији, управљању односно аутоматизацији, енергетици, технологији, мониторингу животне средине...



- У последњих 80 година три открића су проширила оквире оптике и подмладила је:
  - → ласер 1960. год (снажан извор кохерентне светлости: комуникације, нелинеарна оптика, индустрија...)
  - → 70-тих година XX века оптичка влакна малих губитака
  - → полупроводничке оптоелектронске направе

Модерна оптика → ФОТОНИКА !!!

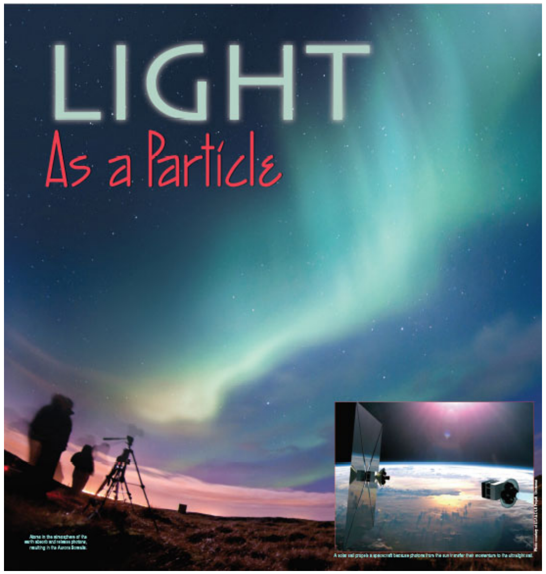
Апроксимативни модели третирања простирања светлости

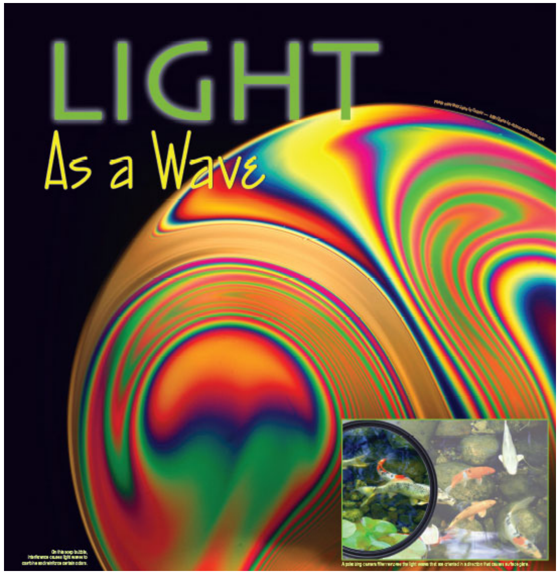


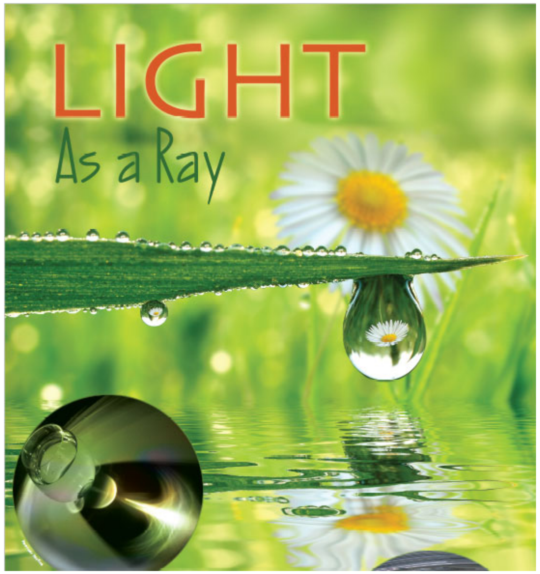
- Светлосна енергија се може третирати као *честица* (фотон), *талас* (векторски или скаларни), или комбинација талас-честица (дуална природа), а у неким ситуацијама и као „зрак“.

- Представљени модели валидност црпе из успеха са којим објашњавају резултате конкретних експеримената.

  Посматрање како се светлост понаша у интеракцији са материјом демонстрира различите особине које одговарају таласној или честичној природи.





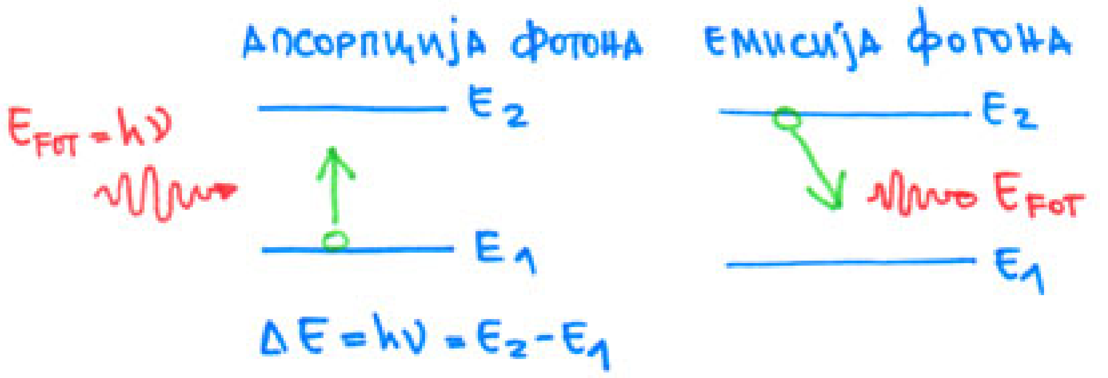


1. Квантна оптика

- Честична природа светлости:

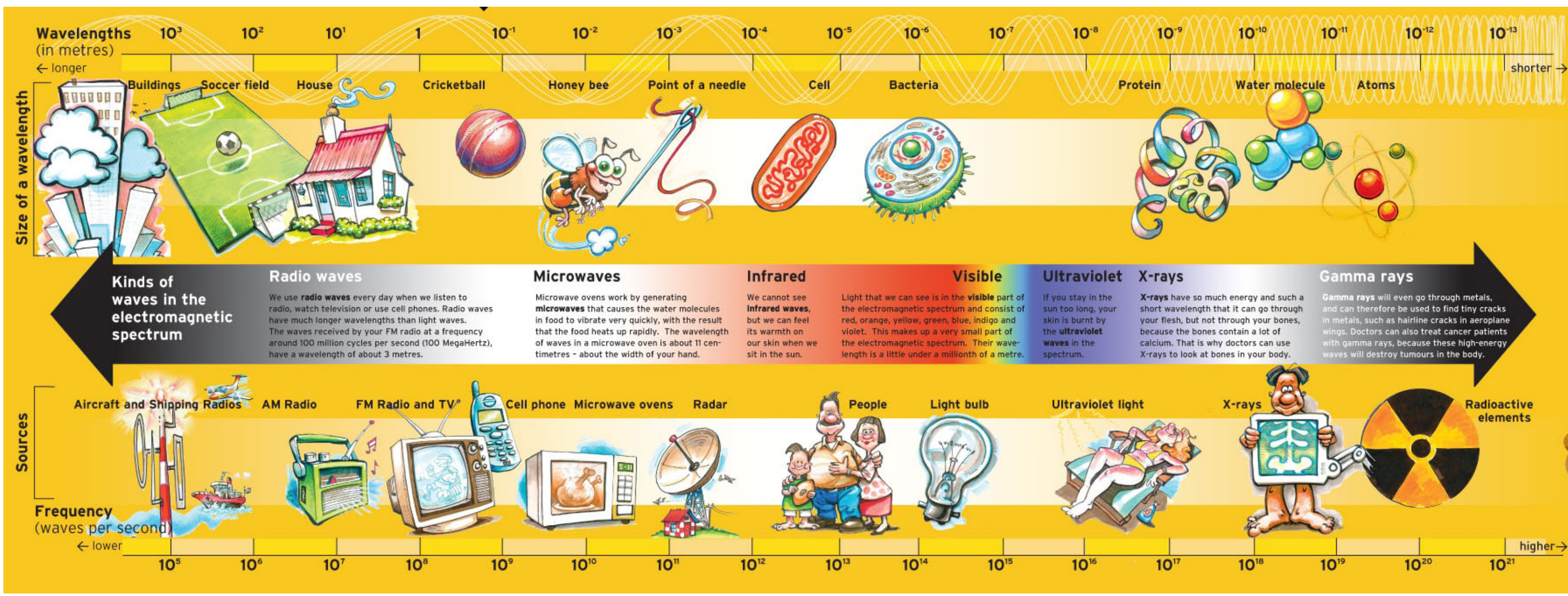
Фотон је елементарна честица, квант ЕМ зрачења, окарактерисан енергијом ($E = h\nu$, где је ν фреквенција, а h Планкова константа) и импулсом који су подложни промени у интеракцији са материјом.

- Честична репрезентација може да објасни феномене као што су апсорпција и емисија:

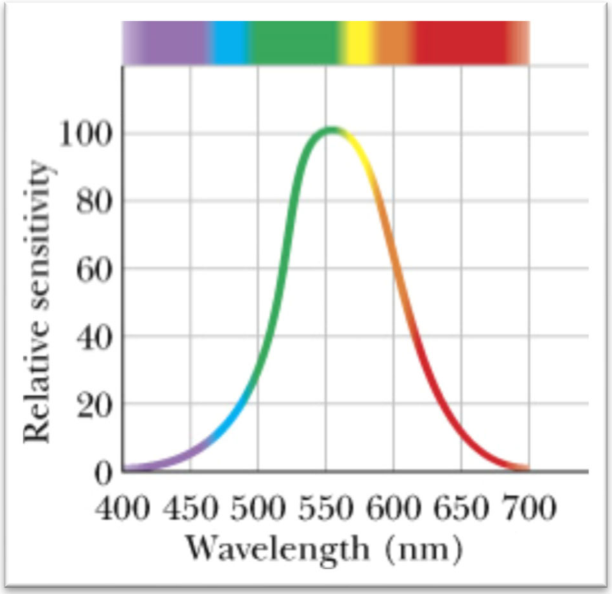


2. Електромагнетска теорија простирања светлости

- Светлост је електромагнетски (ЕМ) таласи и као таква она је део електромагнетског спектра и представља вид енергије.

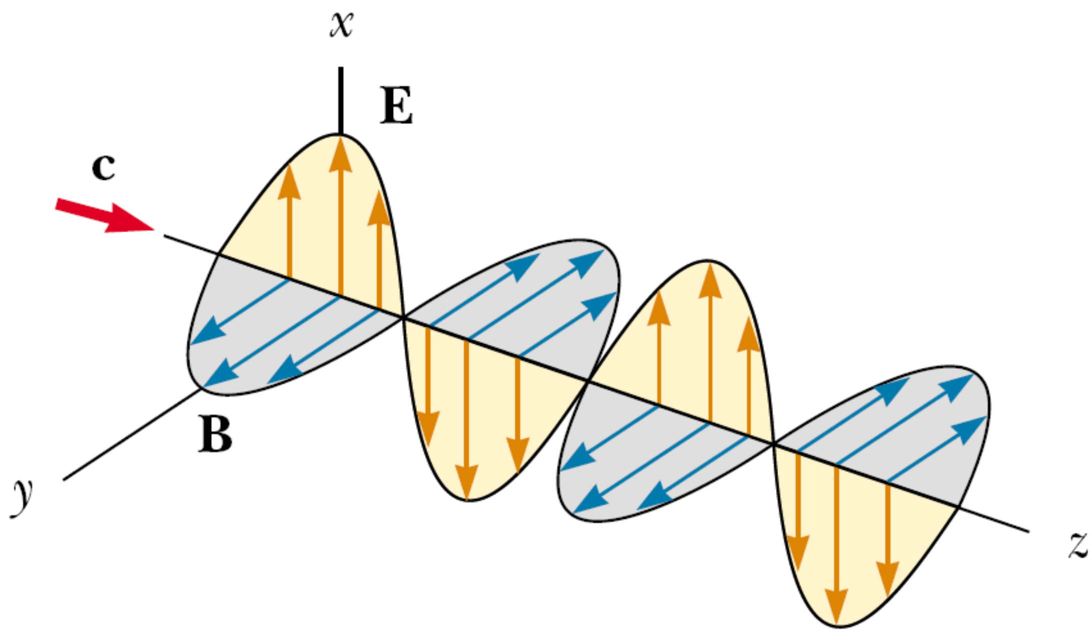


- У ужем смислу се углавном подразумева видљиви део спектра $\boxed{400\ \mathrm{nm} - 700\ \mathrm{nm}}$, мада у ширем смислу светлост представља читав ЕМ спектар.



- Векторска теорија: Светлост се посматра као ЕМ талас који се описује преко вектора електричног поља $\vec{E}$ и вектора магнетске индукције $\vec{B}$ (или вектора магнетског поља $\vec{H}$)

- Манифестација ЕМ поља су заправо осцилације интензитета ова 2 вектора које могу имати различите учестаности (енергије, таласне дужине).



→ z оса – правац простирања снаге ЕМ таласа

→ x оса – правац осцилација интензитета вектора $\vec{E}$

→ y оса – правац осцилација интензитета $\vec{B}$ (или $\vec{H}$)

- Расподела $\vec{E}$ и $\vec{B}$ електромагнетског таласа са претходне слике се може представити преко простопериодичних зависности:

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t - k_z z)\,\vec{e}_x$$
$$\vec{B} = B_0 \sin(\omega t - k_z z)\,\vec{e}_y$$

→ $\vec{E} \perp \vec{e}_z; \vec{B} \perp \vec{e}_z \Longrightarrow$ *трансверзални ЕМ талас!!!*

→ $\vec{E} \perp \vec{B} \Longrightarrow$ *довољно је посматрање само једног поља!*

→ $\vec{E} \times \vec{B} \Longrightarrow$ *дефинише правац простирања снаге ЕМ таласа*

- У општем случају ЕМ талас се представља у облику:

$$\boxed{\vec{E} = \underbrace{\vec{E}_0}_{\text{амплитуда}} \sin\big(\underbrace{\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0}_{\text{фаза таласа}}\big)}$$

где је $\vec{k} = k_x\vec{e}_x + k_y\vec{e}_y + k_z\vec{e}_z$, а $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$.

- Параметри који дефинишу ЕМ талас су:
  - → кружна фреквенција $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$
  - → константа простирања или таласни вектор $\vec{k}$, односно таласна дужина λ ($|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$)
  - → поларизација (правац осциловања електричног поља, векторска карактеристика!)

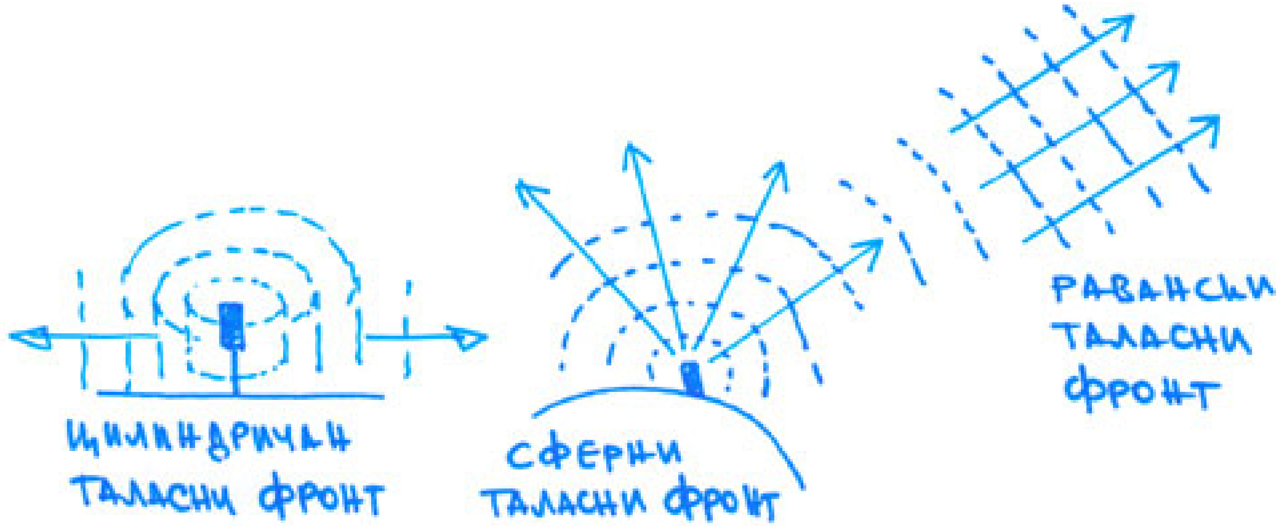
Таласни фронт

- Континуирана површина која представља геометријско место тачака у којима ЕМ поље има фиксну вредност фазе:

$$\varphi = \omega t - kz + \varphi_0 = const$$

- Таласна дужина λ је најмање растојање између два суседна таласна фронта окарактерисана истом вредношћу фазе.

- Таласни фронт: равански (планарни), цилиндрични, сферни...



<u>Фазна брзина таласа</u> (брзина кретања таласног фронта)

- Брзина простирања ЕМ таласа (тј. брзина простирања снаге ЕМ таласа) назива се *фазна брзина таласа*, v_f.

  Посматра се кретање неког таласног фронта са фиксираном фазом ($\varphi = const$). Фазна брзина се може одредити диференцирањем по времену:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega - k\frac{dz}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dz}{dt} = \boxed{v_f = \frac{\omega}{k}} \Rightarrow$$

$$v_f = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = \lambda\nu$$

Ако се посматра простирање ЕМТ кроз вакуум онда се уобичајено користе ознаке са индексом 0 (нпр. $k_0 = 2\pi/\lambda_0$).

- *ЕМ таласи се кроз празан простор крећу „брзином светлости“:*

$$v_f = c = \omega/k_0 = 3\ \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$$

- На основу Максвелових једначина може се теоријски одредити фазна брзина ЕМ таласа:

$$v_f = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}$$

где је $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$.

За диелектричне материјале, који су од интереса за наша разматрања $\mu_r \approx 1$, па важи

$$\boxed{v_f \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{n}}$$

где је $\boxed{n = \sqrt{\epsilon_r}}$ *индекс преламања* који представља карактеристику средине и може се третирати као „*оптичка густина*" материјала.

$$v_f = \nu\lambda = \frac{c}{n} \Rightarrow \quad c = \nu n\lambda = \nu\lambda_0 \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}} \Rightarrow \boxed{k = nk_0}$$

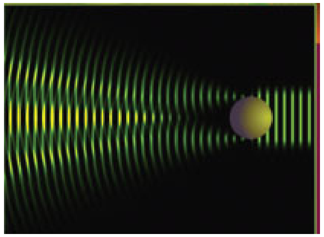
3. Таласна оптика (таласна теорија)

- Скаларна апроксимација електромагнетске теорије:

$$\Psi = \Psi_0 \sin(\omega t - kz + \varphi_0)$$

где је Ψ скаларна величина која карактерише поремећај.

- Може објаснити феномене као што су *интерференција* и *дифракција* (али не и феномене који се базирају на поларизацији).

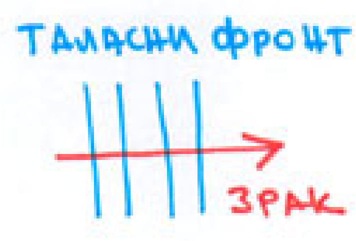


→ Дифракција је савијање и расипање светлосних таласа приликом наиласка на препреку или мали отвор.

→ Интерференција је феномен када се енергија два или више светлосних таласа просторно прерасподељује а као резултат се јављају светле и тамне зоне (пруге), односно формира се интерференциона слика.

4. Геометријска оптика

- Таласна дужина много мања од најмање димензије објеката, препрека или елемената оптичког система система у ком се посматра простирање таласа, па за геометријску оптику није од интереса.
- Светлост се у хомогеној средини простире дуж правих линија нормалних на таласни фронт које се називају *светлосни зраци*.



- Светлосни зраци су шематска представа правца и смера простирања светлости, односно правца и смера преноса светлосне енергије.

Пр.1: Равански електромагнетски талас се простире кроз вакум. Вектор електричног поља таласа је дат релацијама:

$$E_x = 240 \cdot \sin(10^7 \cdot z - 3 \cdot 10^{15} \cdot t)\,[V/m];$$
$$E_y = 0;$$
$$E_z = 0;$$

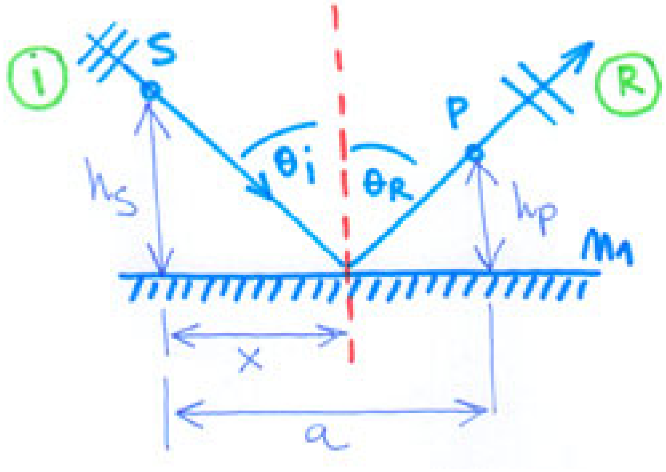
где је z у метрима, а t у секундама. Одредити таласну дужину λ, фреквенцију f, брзину простирања таласа v_f, почетну фазу φ_0 и поларизацију вектора електричног поља.

Фермаов принцип (принцип минималног времена)

Реална путања између две тачке коју прелази светлосни зрак је она за коју је потребно **минимално време.**

Закон рефлексије (одбијања)

- До рефлексије долази онда када се светлосни зрак који наилази на неку раздвојну површину врати назад у средину из које долази. Светлост се одбија на предвидив начин који је дефинисан законом рефлексије.
- Површина која са великом вероватноћом рефлектује светлост назива се *огледало*.



- Укупно време које зрак проведе на путу од S ка P:

$$\tau = \tau_{SO} + \tau_{OP} = \frac{\sqrt{h_S^2 + x^2}}{v_{f1}} + \frac{\sqrt{h_P^2 + (a-x)^2}}{v_{f1}}$$

За које x је укупно време минимално?

Потребно је пронаћи екстремну вредност...

$$\frac{d\tau}{dx} = 0 \;\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{h_S^2 + x^2}} = \frac{a - x}{\sqrt{h_P^2 + (a - x)^2}}$$

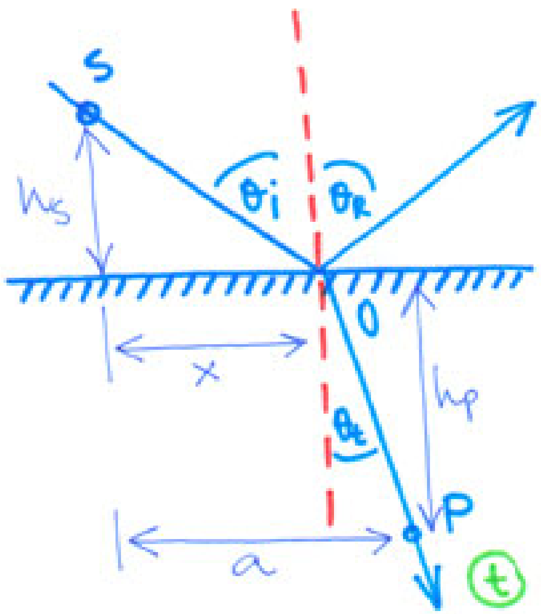
$$\Rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r \Rightarrow \boxed{\theta_i = \theta_r}$$

- Уобичајено означавање:
  - → i Инцидентни или упадни зрак: зрак из извора који наилази на раздвојну површину.
  - → R Рефлектовани или одбијени зрак: зрак након рефлексије (одбијања) о раздвојну површину.
  - → Инцидентни и рефлектовани зрак се увек дефинишу у односу на нормалу на раздвојну површину.
  - → Инцидентни, рефелектовани зрак и нормала дефинишу раван инциденције.

Закон преламања (рефракције)

- Преламање је феномен који се јавља када светлост прелази из једне средине у другу, што доводи до промене брзине и правца кретања таласа.

  → (t) Трансмитовани зрак



У овом случају евидентно да није у питању најкраћа путања!

- Укупно време које зрак проведе на путу од S ка P:

$$\tau = \frac{\overline{SO}}{v_{f1}} + \frac{\overline{OP}}{v_{f2}} = \frac{\sqrt{h_S^2 + x^2}}{v_{f1}} + \frac{\sqrt{h_P^2 + (a-x)^2}}{v_{f2}}$$

- Минимално време се постиже за неку вредност параметра x:

$$\frac{d\tau}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{1}{v_{f1}} \frac{x}{\sqrt{h_S^2 + x^2}} = \frac{1}{v_{f2}} \frac{a - x}{\sqrt{h_P^2 + (a - x)^2}} \Rightarrow \frac{\sin\theta_i}{v_{f1}} = \frac{\sin\theta_t}{v_{f2}}$$

- Како je $v_{f1} = c/n_1$, а $v_{f2} = c/n_2 \Rightarrow$

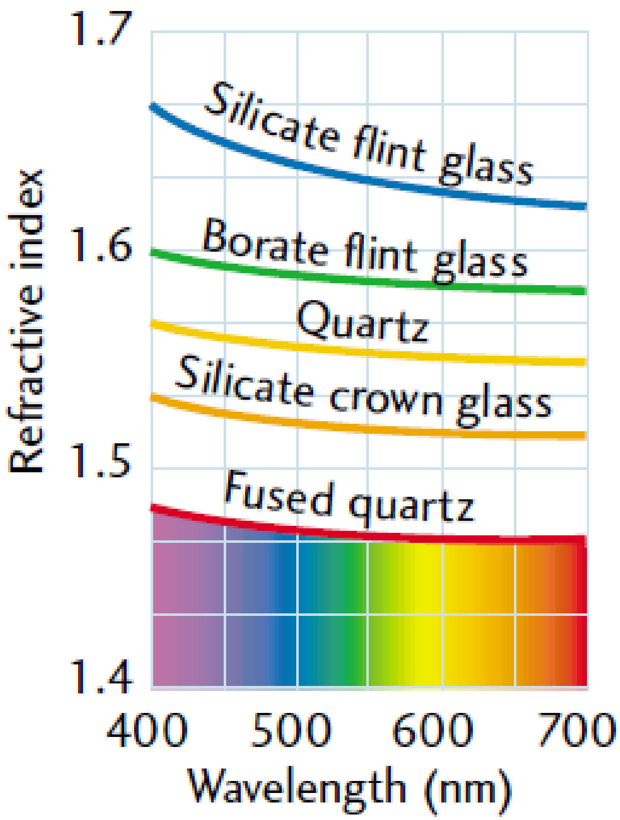
$$\boxed{n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t}$$

Снелов закон преламања

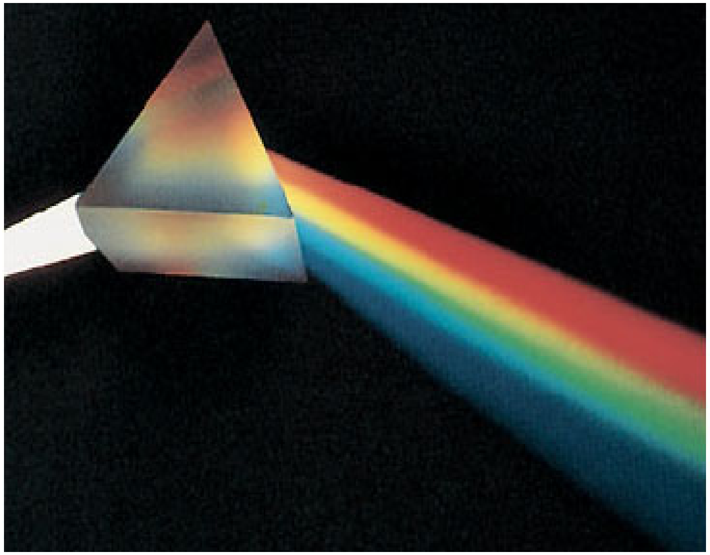
- *Зрак који прелази у оптички гушћу средину* $(n_2 > n_1)$ *прелама се ка нормали, а зрак који прелази у оптички ређу средину* $n_2 < n_1$ *прелама се од нормале.*
- *Оптичка дужина пута* je растојање у вакууму које je еквивалентно растојању s које зрак пређе у материјалу индекса преламања n: $\boxed{ODP = n \cdot s}$

Хроматска дисперзија

- Кошијева једначина даје везу између индекса преламања и таласне дужине за дати транспарентни медијум:



$$n(\lambda) = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_3}{\lambda^4} + \cdots$$

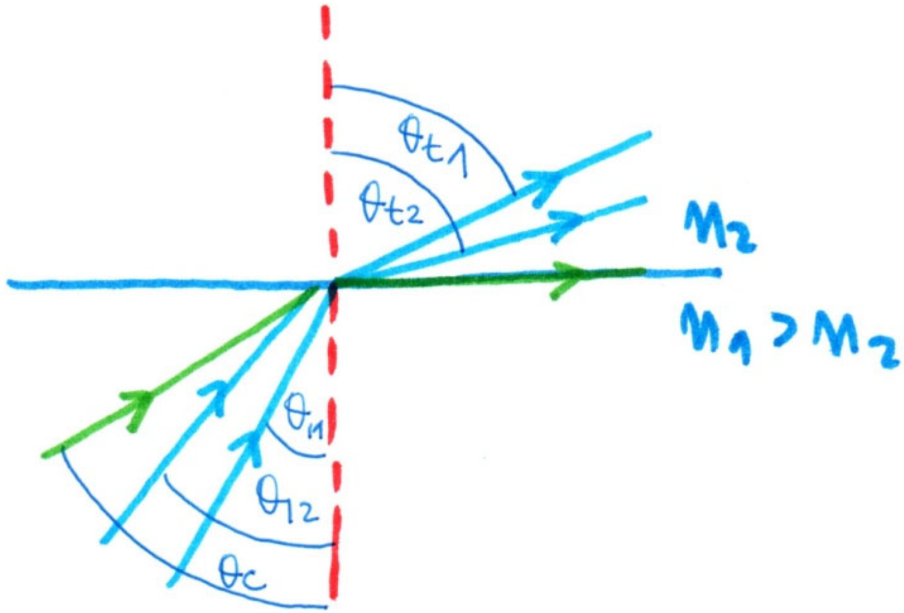


Пр.2: Одредити угао скретања монохроматског светлосног зрака који под углом од $50°$ наилази на призму од стакла индекса преламања $n = 1,60$. Угао призме је $60°$.

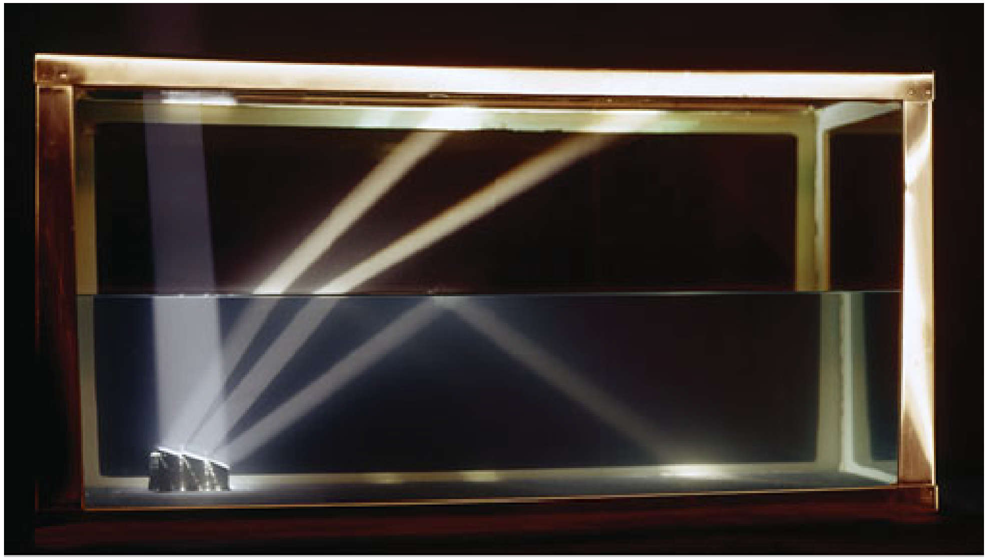
Ако на призму наилази бела светлост, одредити угаону дисперзију видљиве светлости. Индекс преламања за љубичасту светлост у силицијумском стаклу је $1,66$ а за црвену светлост $1,62$.

Тотална унутрашња рефлексија

- Феномен који се може јавити када светлост прелази из оптички гушће у оптички ређу средину ($n_1 > n_2$).
- На основу Снеловог закона преламања, светлост ће се након преламања кретати под већим углом, односно удаљаваће се од нормале.



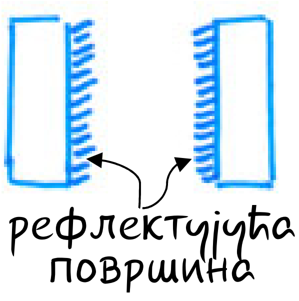
- Постоји вредност упадног угла $\theta_i = \theta_c$ за коју трансмитовани угао достиже максималну вредност $\theta_t = \pi/2$.
  У апроксимацији геометријске оптике за све упадне углове $\theta_i \geq \theta_c$ нема трансмисије светлости у материјал са индексом преламања n_2 па се овај феномен назива ***тотална унутрашња рефлексија****.*



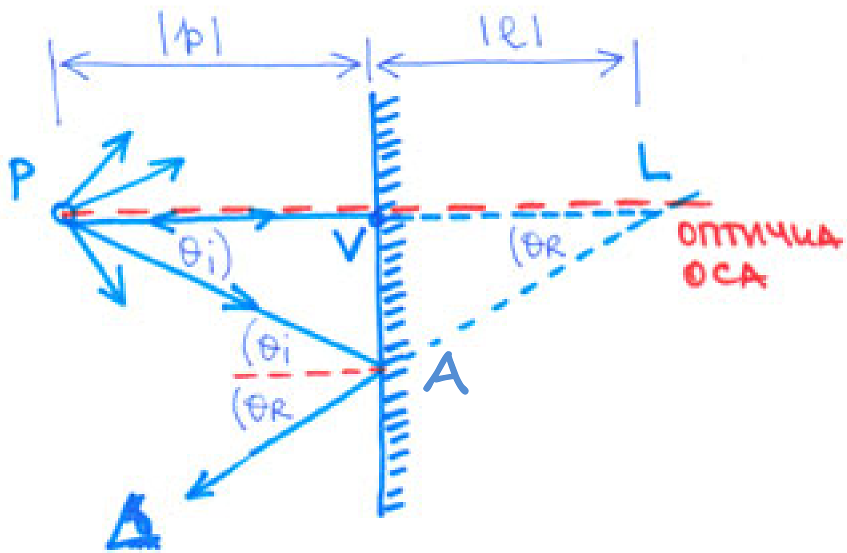
$\boxed{\text{Пр.3.}}$ Око стакленог цилиндра индекса преламања n_1 налази се слој стакла индекса преламања n_2. Одредити максималан упадни угао α_{max} за који ће упадни зрак из ваздуха (индекса преламања $n_0 \approx 1$) доживети тоталну унутрашњу рефлексију о омотач цилиндра. Упадни зрак се кроз унутрашњи цилиндар креће у равни која садржи осу цилиндра.

Формирање слике помоћу огледала

- Огледало је површина која упадни (долазећи) зрак доминантно рефлектује у једном правцу, уместо да га апсорбује или расеје у простору:
  - → Комад црног стакла или фино исполирана површина метала, нпр. алуминијума уобичајено са облогом од силицијум-моноксида или магнезијум-флуорида
  - → Стакло обложено сребром
  - → Вишеслојни диелектрични филмови
- Рефлексиони материјал може бити нанет са предње или задње стране



Равно (планарно) огледало



Зраци не долазе до тачке L ⇒

лик је виртуелан

(имагинаран)

Посматрач пресреће неке од рефлектовних зрака и у њиховом праволинијском продужетку перципира лик.

$$\theta_i = \theta_r$$

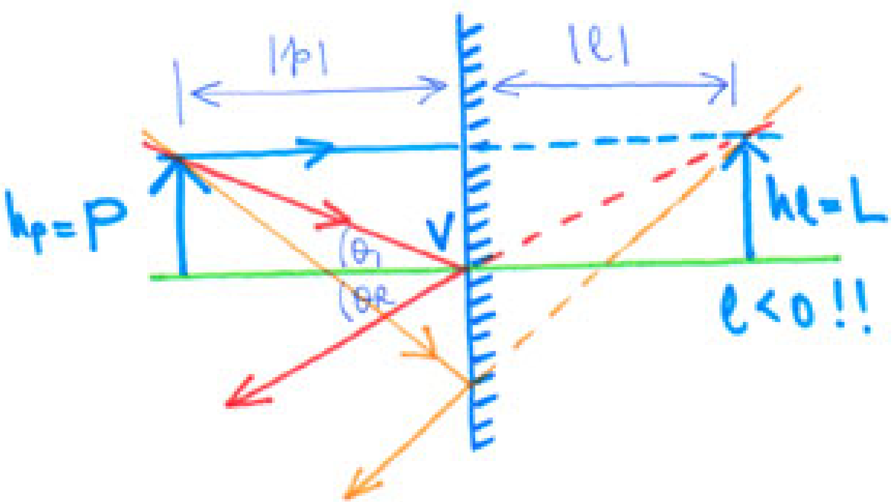
$$\angle VPA + \angle VLA = \theta_i + \theta_r \Rightarrow \angle VLA = \theta_r$$

Из сличности троуглова ⇒ $\boxed{|p| = |l|}$

- Конвенција о додели алгебарских знакова:

Ако се предмет и /или лик налазе са оне стране огледала са које нема светлости (виртуелна страна) онда се растојањима предмета и /или лика до огледала додељује негативан алегебарски знак ($p < 0$ и /или $l < 0$).

<u>Формирање лика коначних димензија</u>



Лик је виртуелан, исте оријентације као предмет и у природној величини.

- Висина предмета: $h_p = |P|$, висина лика $h_l = |L|$

  Из сличности троуглова $\Rightarrow$

$$\boxed{|L| = |P|}$$

Ако су предмет и лик усправни (оријентисани на горе) уобичајено је да се димензијама додељују позитивне алгебарске вредности $\rightarrow P, L > 0$.

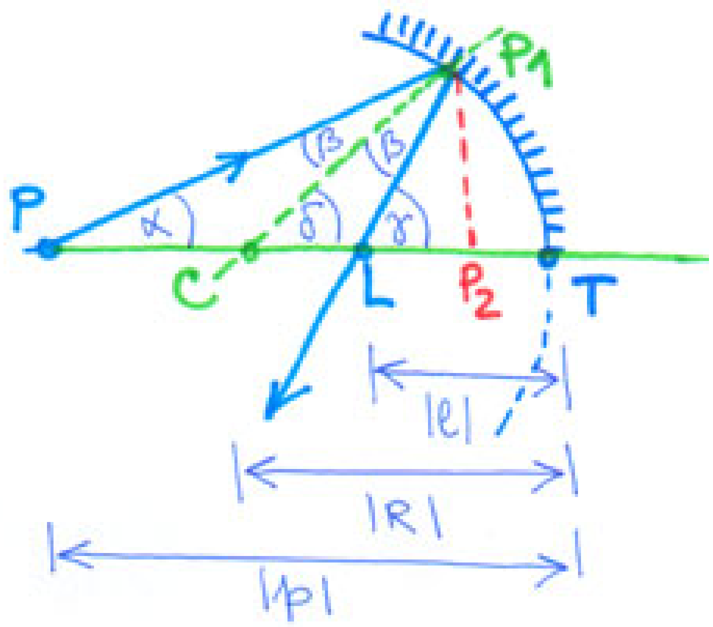
У супротном, ако су изврнути, односно оријентисани на доле, додељују им се негативне алгебарске вредности

$\rightarrow P, L < 0$!!

Сферна огледала

- Специјалан случај огледала код којих је рефлектујућа површина закривљена тако да представља део сфере.

А. Конкавно (удубљено) огледало



$$\left.\begin{array}{l} \triangle PP_1L \Rightarrow \alpha + 2\beta = \gamma \\ \triangle PP_1C \Rightarrow \alpha + \beta = \delta \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\alpha + \gamma = 2\delta$$

Реалан лик → може се „ухватити“ на екрану.

- Параксијална апроксимација:

  Посматрамо зраке који се крећу у близини оптичке осе и падају на огледало у околини темена ⇒ α је мали угао (а самим тим су и остали означени углови мали), па важе апроксимације:

$$\sin\alpha \approx \alpha, \cos\alpha \approx 1, \tan\alpha \approx \alpha, P_2 \to T$$

- На основу параксијалне апроксимације може се писати:

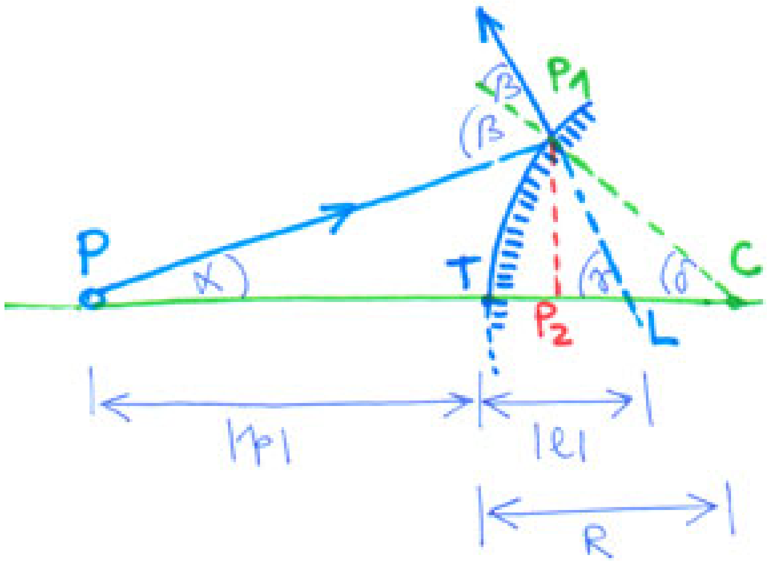
$$\delta \approx \tan\delta = \frac{\overline{P_1P_2}}{|R|}; \quad \gamma \approx \tan\gamma = \frac{\overline{P_1P_2}}{|l|}; \quad \alpha \approx \tan\alpha = \frac{\overline{P_1P_2}}{|p|}$$

  што након замене у изведену везу по угловима даје:

$$\frac{\overline{P_1P_2}}{|p|} + \frac{\overline{P_1P_2}}{|l|} = 2\frac{\overline{P_1P_2}}{|R|} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{|p|} + \frac{1}{|l|} = \frac{2}{|R|}$$

Б. Конвексно огледало (испупчено)



$$\triangle PP_1L \Rightarrow \alpha + \gamma = 2\beta$$
$$\triangle PP_1C \Rightarrow \alpha + \delta = \beta$$

$$\Rightarrow \alpha - \gamma = -2\delta$$

Виртуелан лик: не може се „ухватити“ на екрану.

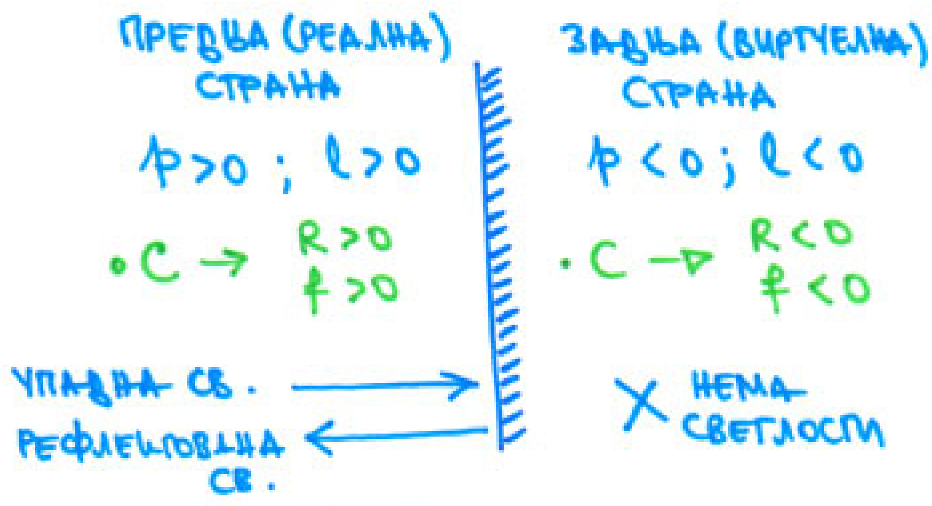
- Рефлектовани зраци се не секу, већ дивергирају. Пресек постоји за продужетке зракова, на виртуелној страни!
- У параксијалној апроксимацији:

$$\delta \approx \tan\delta = \frac{\overline{P_1P_2}}{|R|}; \quad \gamma \approx \tan\gamma = \frac{\overline{P_1P_2}}{|l|}; \quad \alpha \approx \tan\alpha = \frac{\overline{P_1P_2}}{|p|}$$

$$\frac{\overline{P_1P_2}}{|p|} - \frac{\overline{P_1P_2}}{|l|} = -2\frac{\overline{P_1P_2}}{|R|} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{|p|} - \frac{1}{|l|} = -\frac{2}{|R|}$$

- Ако се растојањима доделе алгебарске вредности у складу са конвенцијом која је уведена код планарних огледала:



релације које дефинишу рефлексију о конкавно и конвексно огледало се могу објединити у јединствену релацију:

→ За конкавно огледало:

$$p > 0, l > 0, R > 0 \ \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R}$$

→ За конвексно огледало:

$$p > 0, l < 0, R < 0 \ \Rightarrow \frac{1}{|p|} + \frac{1}{-|l|} = + \frac{2}{-|R|} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R}$$

Једначина огледала

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{2}{R}}$$

→ *Планарно огледало је специјалан случај сферног огледала код ког полупречник кривине тежи бесконачности.*

Појам жиже (фокуса) и жижне даљине

- Примарна жижа (жижа предмета) се дефинише као тачка на оптичкој оси у коју треба поставити светли предмет да би се лик формирао у бесконачности.

  Ако се у жижу постави тачкасти извор који емитује сферне таласне фронтове, након рефлексије простире се равански (планарни) талас.

$$f_p = f_1 = \lim_{l \to \infty} p \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f_1} = \frac{2}{R}$$

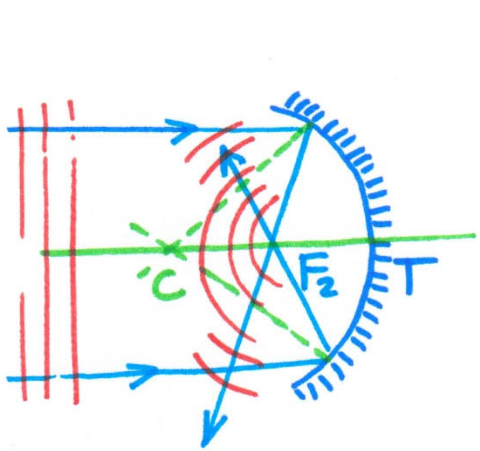
- Секундарна жижа (жижа лика) је тачка у којој се формира лик ако се предмет налази у бесконачности (тачка фокусирања раванског таласа)

$$f_l = f_2 = \lim_{p \to \infty} l \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f_2} = \frac{2}{R}$$

→жижне даљине које одговарају жижи предмета и жижи лика су за сферно огледало једнаке:

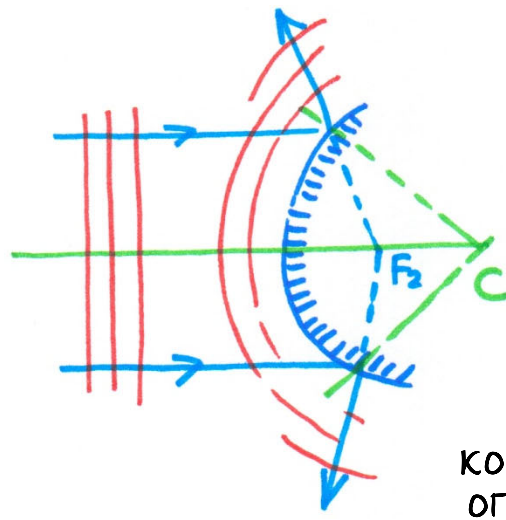
$$\boxed{f_1 = f_2 = \frac{R}{2}}$$

- Конвенција по којој се алгебарски знаци додељују полупречницима кривине се пресликава и на жижне даљине.



конкавно огледало

$f_2 > 0 \Rightarrow$ реална жижа



конвексно огледало

$f_2 < 0 \Rightarrow$ виртуелна жижа

Оптичка моћ:

$$\boxed{\omega = \frac{1}{f}\ [\mathrm{diopt}]}$$

<u>Формирање слике коначних димензија на сферним огледалима</u>

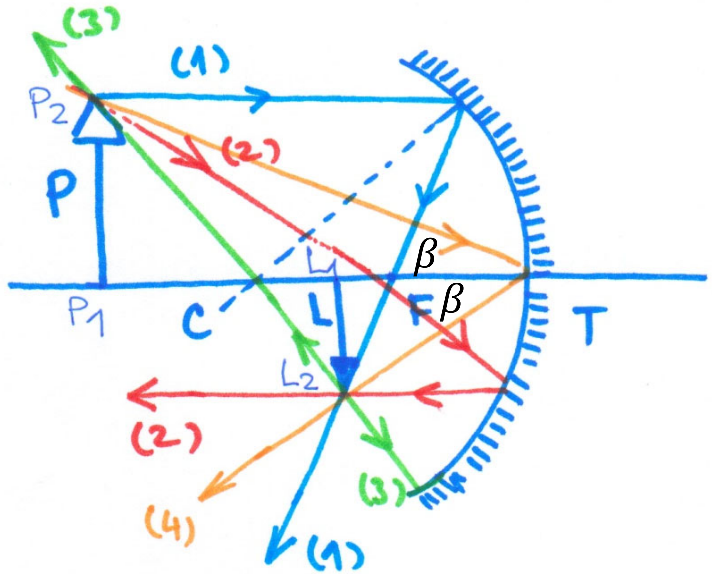
- Карактеристични зраци:

  [1] Зрак паралелан са оптичком осом (након рефлексије пролази кроз жижу)

  [2] Зрак који пролази кроз жижу (након рефлексије простире се се паралелно са оптичком осом)

  [3] Зрак који пролази кроз центар (након рефлексије простире се дуж истог правца)

пример:
конкавно огледало



Трансверзално увећање:

$$M_T = \frac{-\overline{LL_1}}{\overline{PP_1}} = \frac{-|L|}{|P|}$$

$$\tan\beta = \frac{|P|}{|p|} = \frac{|L|}{|l|} \Rightarrow \frac{|L|}{|P|} = \frac{|l|}{|p|} \Rightarrow \boxed{M_T = -\frac{l}{p}}$$

- Алгебарски знак трансверзалног увећања даје информацију о оријентацији лика у односу на предмет:

  → $M_T > 0 \Rightarrow$ *лик је исте оријентације као предмет*

  → $M_T < 0 \Rightarrow$ *лик је супротне оријентације од предмета*

  Величинама предмета P и лика L се такође додељују алгебарске вредности и то тако да се усправној оријентацији придружује позитивна, а изврнутој негативна алегбарска вредност.

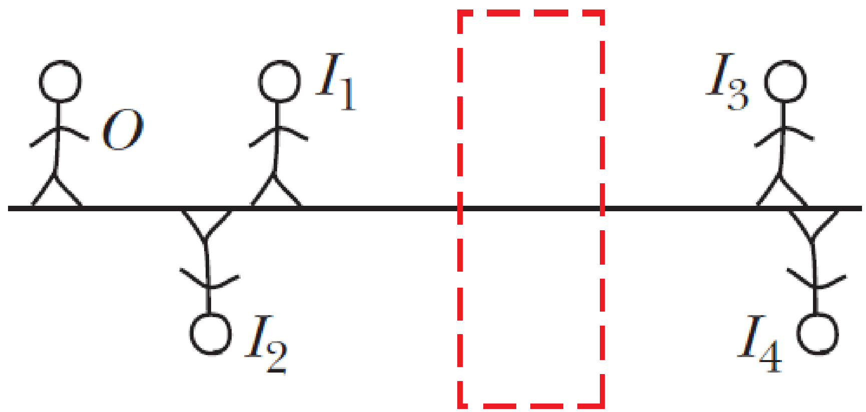
- Апсолутна вредност трансверзалног увећања $|M_T|$ даје информацију о величини лика у односу на предмет:

  → $|M_T| < 1 \Rightarrow$ *лик је умањен,*

  → $|M_T| > 1 \Rightarrow$ *лик је увећан,*

  → $|M_T| = 1 \Rightarrow$ *лик је исте величине као предмет.*

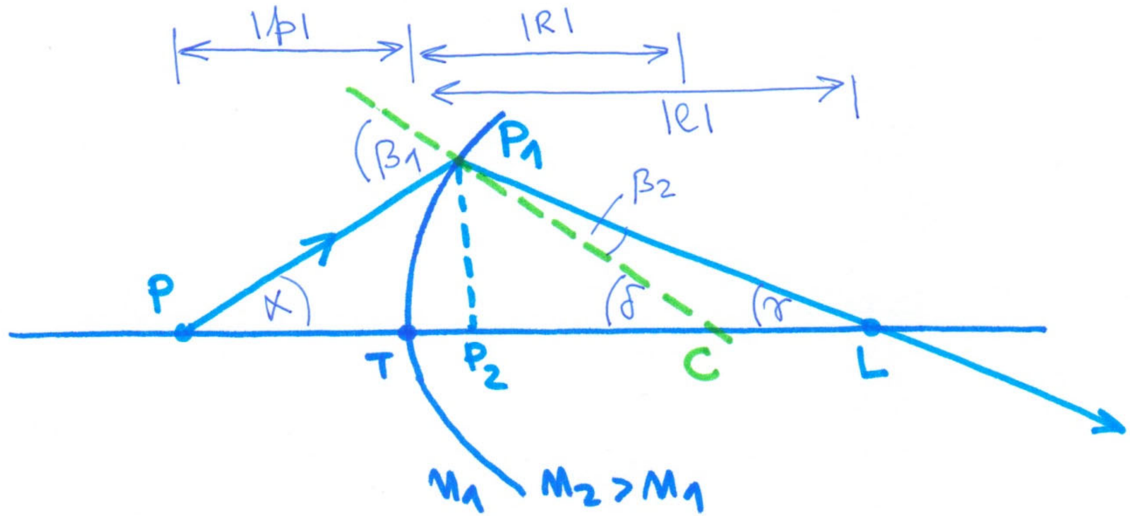
Пр.4. Човечуљак О стоји испред сферног огледала постављеног у уоквирени простор. Хоризонтална линија представља осу оптичког система. Човечуљци означени са I1, I2, I3 i I4 означавају локацију и оријентацију ликова човечуљка О (не водећи рачуна о димензијама лика и његовој прецизној позицији). Формирање којих ликова је могуће?



Пр.5. На дно хоризонтално постављеног конкавног сферног огледала насуто је мало воде апсолутног индекса преламања 1,33. Нађи оптичку моћ и жижну даљину овог система за параксијалне зраке, ако је полупречник кривине огледала $R = 0{,}2\,m$.

4. Преламање на сферној површини

A. Конвексна површина



$$\triangle\, PP_1C \Rightarrow \alpha + \delta = \beta_1$$

$$\triangle\, P_1CL \Rightarrow \gamma + \beta_2 = \delta$$

- Закон преламања у тачки P_1: $\qquad n_1 \sin\beta_1 = n_2 \sin\beta_2$

→ Параксијална апроксимација: $n_1\beta_1 = n_2\beta_2$

$$n_1(\alpha + \delta) = n_2(\delta - \gamma)$$

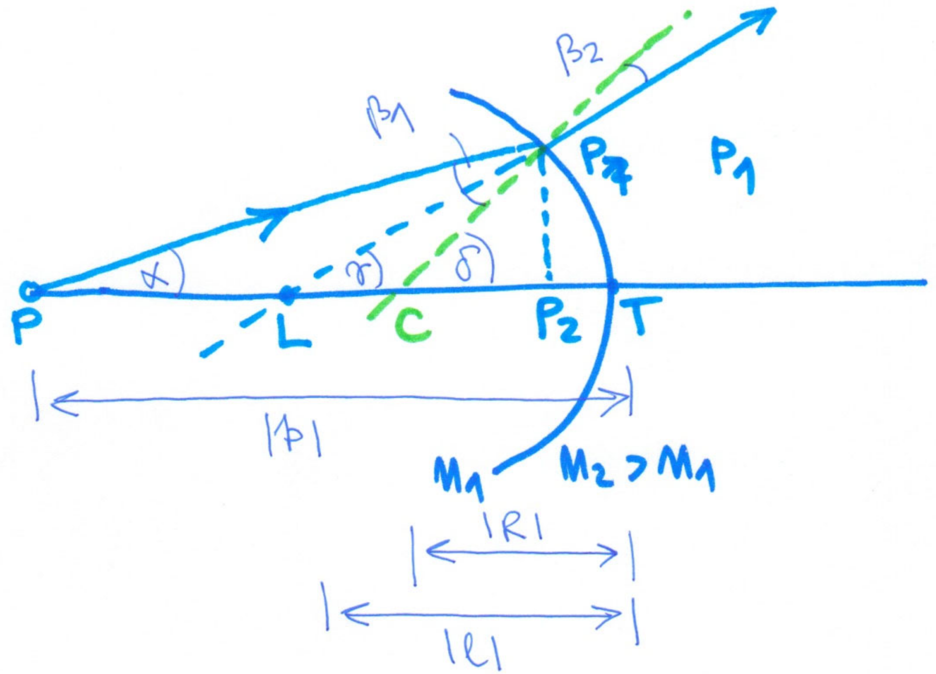
- На основу параксијалне апроксимације може се писати:

$$\delta \approx \tan\delta = \frac{\overline{P_1P_2}}{|R|}; \quad \gamma \approx \tan\gamma = \frac{\overline{P_1P_2}}{|l|}; \quad \alpha \approx \tan\alpha = \frac{\overline{P_1P_2}}{|p|}$$

што након замене у изведену везу по угловима даје:

$$\frac{n_1}{|p|} + \frac{n_2}{|l|} = \frac{n_2 - n_1}{|R|}$$

А. Конкавна површина



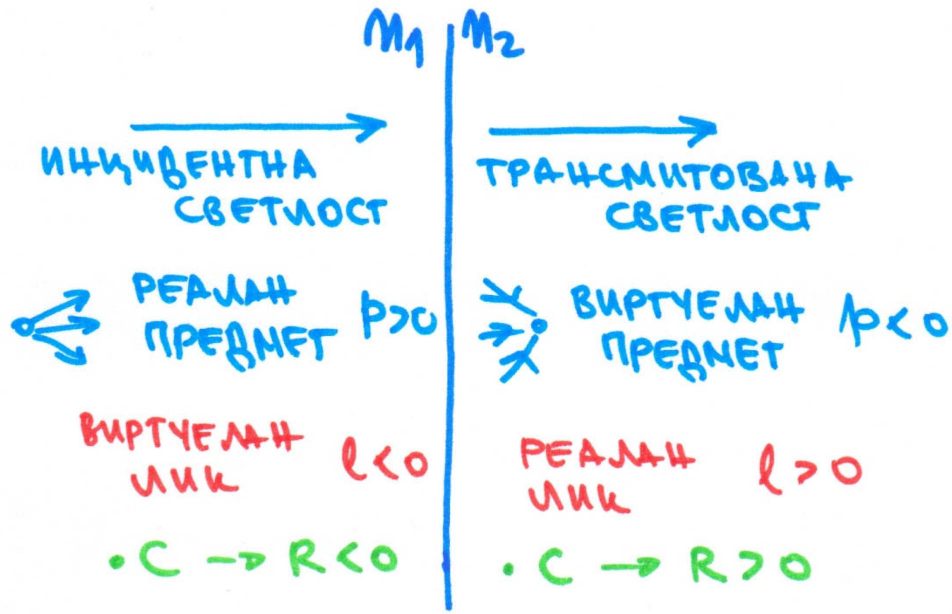
$$\left.\begin{array}{r}\triangle\, PP_1C \Rightarrow \alpha + \beta_1 = \delta \\ \triangle\, PP_1L \Rightarrow \alpha + (\beta_1 - \beta_2) = \gamma\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_2 = \delta - \gamma$$

- Закон преламања у тачки P_1: $n_1 \sin\beta_1 = n_2 \sin\beta_2 \Rightarrow n_1\beta_1 = n_2\beta_2$

$$n_1(\delta - \alpha) = n_2(\delta - \gamma)$$

$$\frac{n_1}{|p|} - \frac{n_2}{|l|} = -\frac{n_2 - n_1}{|R|}$$

- Растојањима се додељују алгебарске вредности у складу са:



- Релације које дефинишу преламање на конвексној и конкавној сферној површини могу се објединити у јединствену релацију:

→ За конвексну површину:

$$p > 0, l > 0, R > 0 \ \Rightarrow \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

→ За конкавну површину:

$$p > 0, l < 0, R < 0 \ \Rightarrow \frac{n_1}{|p|} + \frac{n_2}{-|l|} = +\frac{n_2 - n_1}{-|R|} \Rightarrow$$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Једначина преламања на сферној површини:

$$\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R}}$$

Жижна даљина

- Предмета:

$$f_p = f_1 = \lim_{l\to\infty} p \quad \Rightarrow \quad \frac{n_1}{p} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_1 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R}$$

- Лика:

$$f_l = f_2 = \lim_{p\to\infty} l \quad \Rightarrow \quad \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_2 = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R}$$

Жижне даљине предмета и лика за преламање на сферној површини <u>нису</u> једнаке!

5. Преламање светлости на танком сочиву

- Сочиво је без сумње најраспрострањенији оптички инструмент (чак и ако занемаримо да свет посматрамо кроз пар сочива).
- Сочиво је рефракциони оптички инструмент (нека врста дисконтинуитета у окружујућој средини) који доводи до прерасподеле трансмитоване енергије (модификује таласни фронт).
- Сочива за светлост из видљивог опсега се најчешће састоје од две или више рефрактујућих површина од којих је најмање једна површина закривљена.
- Површина сочива је најчешће сферна (иако не даје идеално пресликавање предмета у лик).

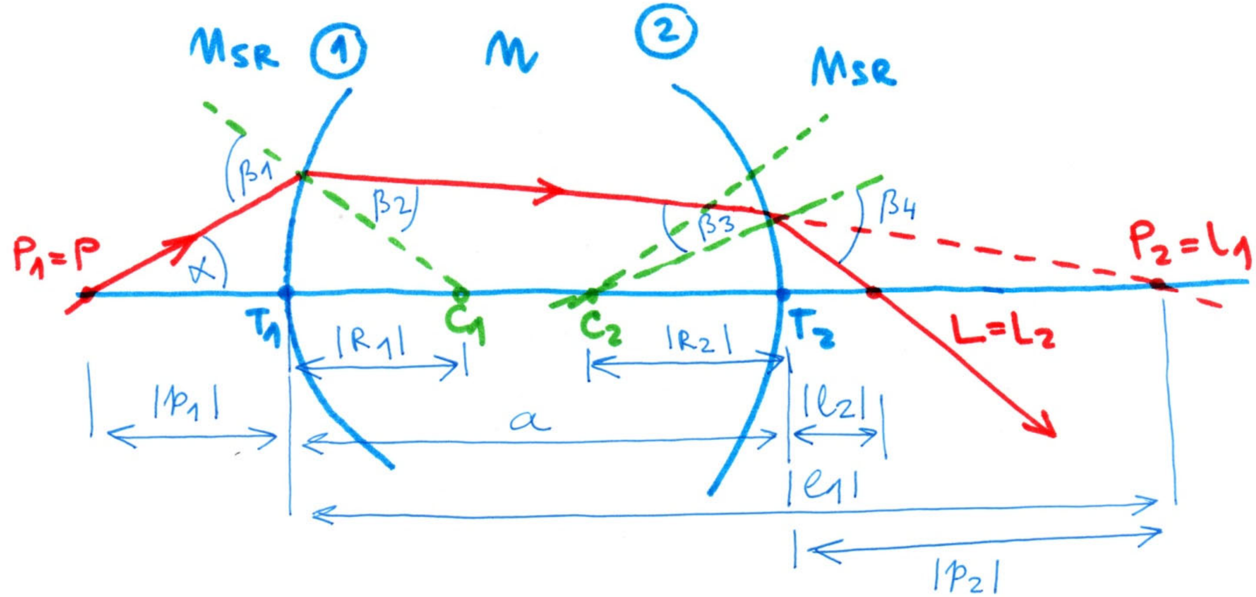
- Веома често површина сочива се прекрива танким диелектричним филмом који има улогу да контролише трансмисионе особине сочива.
- Сочиво које се састоји само од једног елемента (има само 2 рефрактујуће површине) назива се *просто сочиво*.

  Комбинацијом више од једног простог елемента формира се *сложено сочиво*.

Једначина танког сочива

- Од интереса за даље разматрање су *центрирани системи* :

  све закривљене површине имају заједничку оптичку осу.
- Две сферне рефрактујуће површине налазе се на растојању a и одвајају део простора са индексом преламања n од окружујућег материјала индекса преламања n_{sr}.



→ Ako je a реда величине l_1, овакав оптички елемент назива се *дебело сочиво*, док за $a \to 0$ важи апроксимација ***танког сочива***!!!

- Релација преламања примењена на прву сферну површину:

$$\frac{n_{sr}}{p_1} + \frac{n}{|l_1|} = \frac{n - n_{sr}}{|R_1|}$$

где су $p_1 > 0, l_1 > 0, R_1 > 0$, и на другу сферну површину:

$$-\frac{n}{|p_2|} + \frac{n_{sr}}{l_2} = -\frac{n_{sr} - n}{|R_2|}$$

где су $p_2 < 0, l_2 > 0, R_2 < 0$.

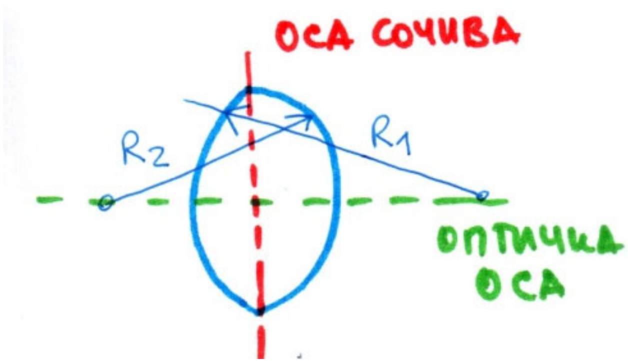
При томе, важе везе: $p_2 = l_1 - a \approx l_1, l = l_2$ и $p = p_1$.

Сабирањем претходних релација добија се:

$$\frac{n_{sr}}{p} + \frac{n}{|l_1|} - \frac{n}{|l_1|} + \frac{n_{sr}}{l} = \frac{n - n_{sr}}{|R_1|} - \frac{n_{sr} - n}{|R_2|}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \left(\frac{n}{n_{sr}} - 1\right)\left(\frac{1}{|R_1|} + \frac{1}{|R_2|}\right)$$

- Изведена једначина се односи на конкретан случај сочива са закривљеним површинама као на слици, а то је биконвексно сочиво код кога су обе површине испупчене ка споља.



- Генерализација на друге типове сочива се уводи на бази конвенције која растојањима додељује алгебарске знаке:

- Општи облик једначине танког сочива:

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{l}=\left(\frac{n}{n_{sr}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

- У зависности од закривљености површина сочива се деле на:

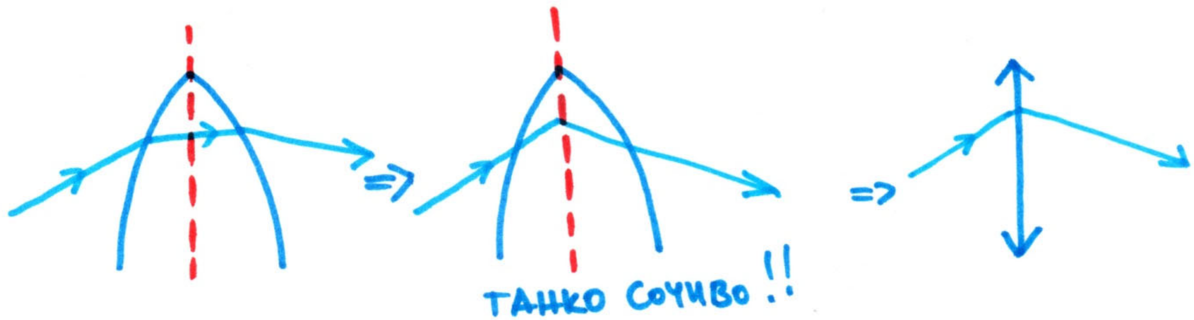
→ *Конвексна, конвергентна, сабирна или позитивна*

($\omega > 0$) сочива су дебља у средини (у близини оптичке осе) него на крајевима и имају тенденцију да смањују полупречник кривине таласног фронта ако је $n > n_{sr}$.

→ *Конкавна, дивергентна, расипна или негативна*

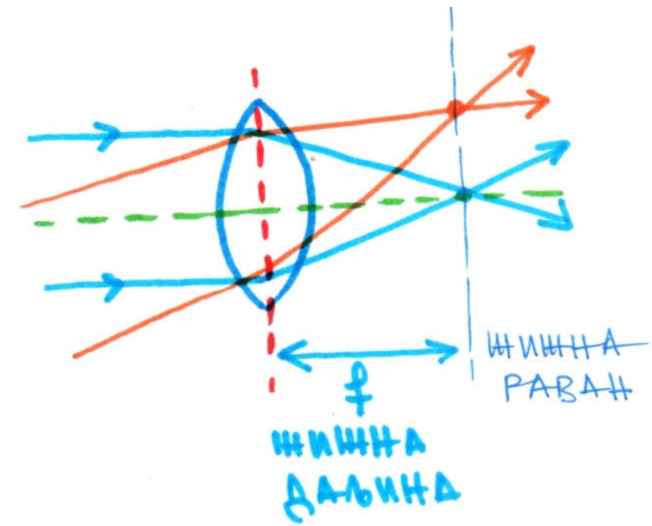
($\omega < 0$) сочива су тања у средини (у близини оптичке осе) него на крајевима и имају тенденцију да повећавају полупречник кривине таласног фронта ако је $n > n_{sr}$.

- Апроксимација преламања на танком сочиву:



Жижне даљине танког сочива

- Жижне даљине предмета и лика:



$$\left.\begin{aligned} f_p = f_1 = \lim_{l\to\infty} p \\ f_l = f_2 = \lim_{p\to\infty} l \end{aligned}\right\} \Rightarrow f_1 = f_2 = f$$

Оптичарска једначина:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_{sr}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

- Оптичка моћ: $\omega = \frac{1}{f}\ [diopt]$
- Гаусова формула за танко сочиво:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}}$$

Формирање лика коначних димензија

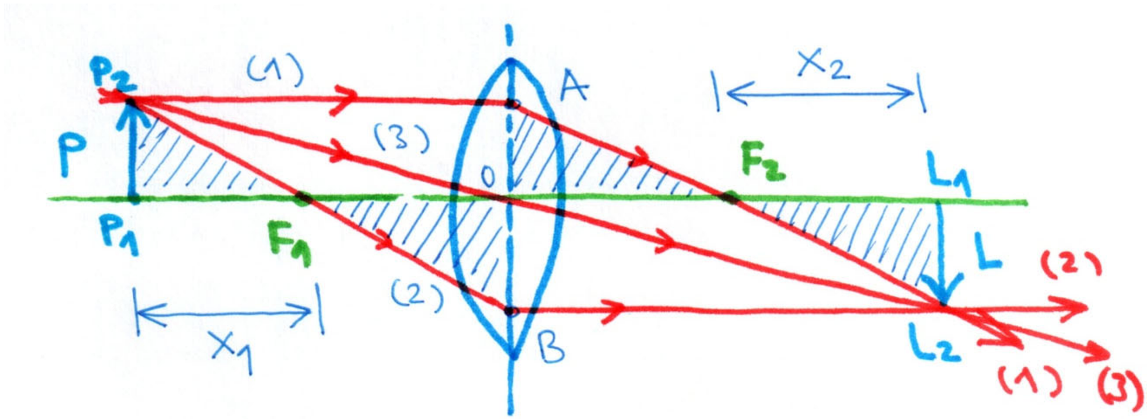
- Карактеристични зраци:

[1] Зрак паралелан са оптичком осом (након рефлексије пролази кроз жижу лика)

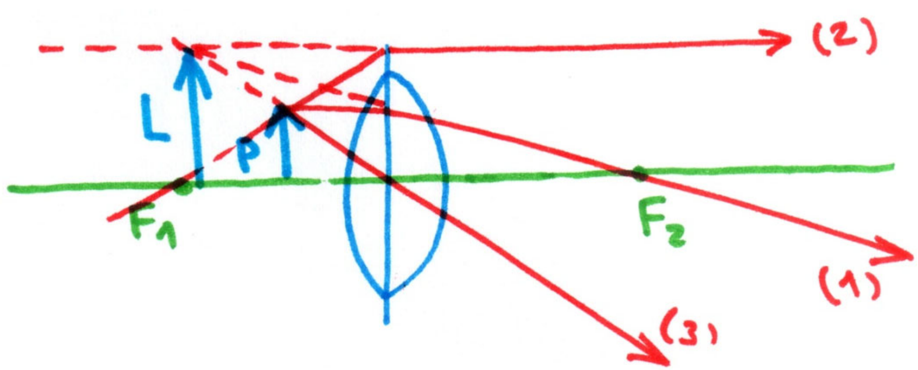
[2] Зрак који полази из жиже предмета (након рефлексије простире се паралелно са оптичком осом)

[3] Зрак који пролази кроз центар сочива (не мења правац)

→ Пример: биконвексно сочиво за $p > f$



→ Пример: биконвексно сочиво за $p < f$



- Трансверзално увећање: $\triangle\, P_1 P_2 \mathrm{O} \sim \triangle\, L_1 L_2 O \Rightarrow \mathrm{M_T} = -\dfrac{|L|}{P} = -\dfrac{l}{p}$

$\boxed{\text{Пр.6.}}$ Одредити најмање могуће растојање између светлог предмета и његовог реалног лика у случају сабирног сочива жижне даљине f. На ком растојању од сочива би требало поставити предмет у том случају? Одредити трансверзално увећање. Да ли је оријентација формираног лика иста или инвертована у односу на оријентацију светлог предмета?

Еквивалентна жижна даљина комбинације два танка сочива

- Систем од два танка сочива са заједничком оптичком осом, која су у додиру, налази се у ваздуху.
- Посматрано сложено сочиво се може заменити једним сочивом са еквивалентном жижном даљином:

$$\boxed{\frac{1}{f_E} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

- Еквивалентна оптичка моћ

$$\boxed{\omega_E = \omega_1 + \omega_2}$$

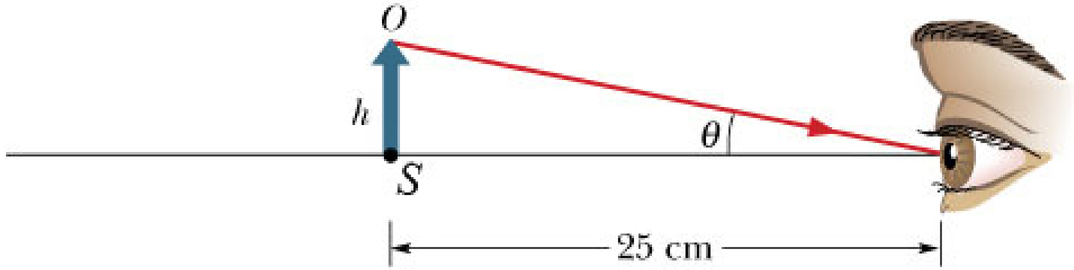
- *Може се применити и на огледала. Урадити поново пример бр. 5 применом релације за еквивалентну оптичку моћ.*

6. Прости оптички инструменти

- Претпоставка: једначина танког сочива се може применити

Лупа

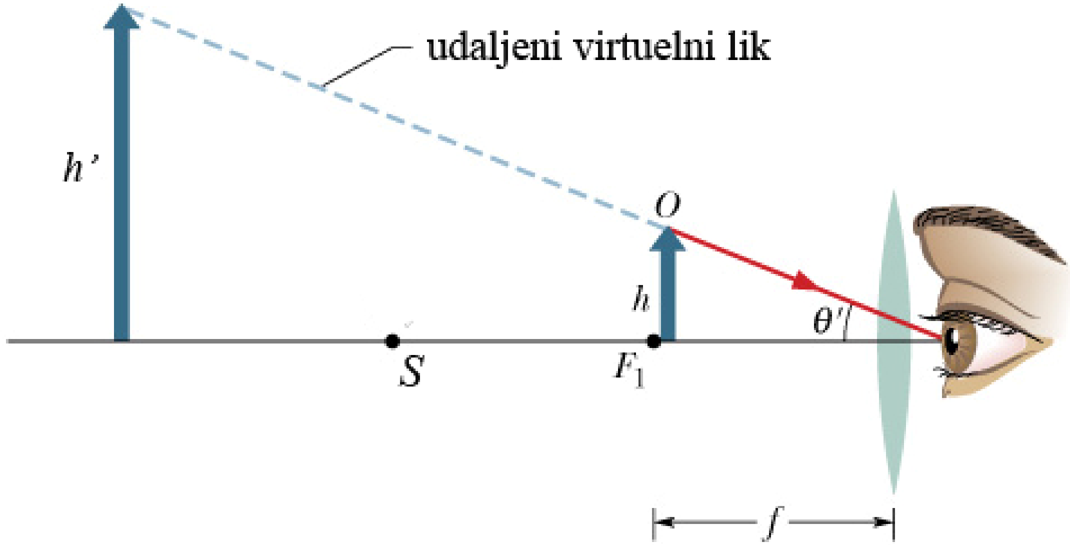
- Задатак лупе је да омогући формирање увећаног и јасног лика на мрежњачи ока, за предмет који се налази у близини ока.
- Величина лика који се формира на мрежњачи зависи од угла θ под којим се предмет види:



→ Приближавањем предмета угао θ расте, што омогућава да се уоче „ситнији“ детаљи.

- Нормално људско око може да формира јасан (оштар) лик, само за предмете који се налазе на растојању већем од $\boxed{s \approx 25\ \mathrm{cm}}$, које се назива *даљина јасног вида*. Предмети на мањем растојању формирају мутан лик:

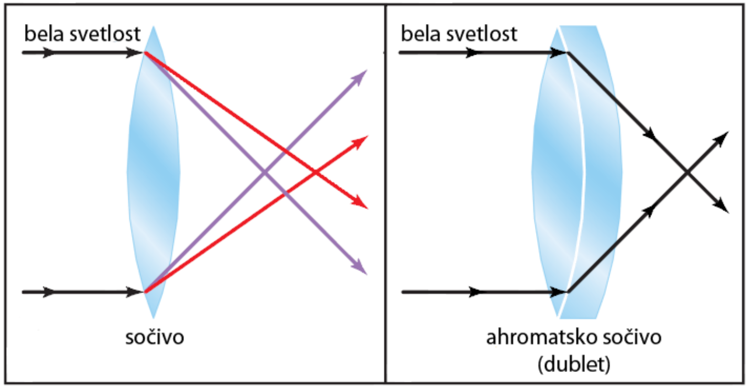
- Повећање угла θ, а самим тим и повећање формираног лика на мрежњачи, може се остварити ако се испред ока постави сабирно сочиво (*лупа*), тако да се предмет налази непосредно испред њене жиже, што доводи до формирања удаљеног и увећаног, виртуелног лика:



- Угаоно увећање m дефинише се као однос новог угла θ', под којим се предмет види када се користи лупа, и угла θ под којим се предмет види без употребе лупе, онда када је постављен на даљину јасног вида:

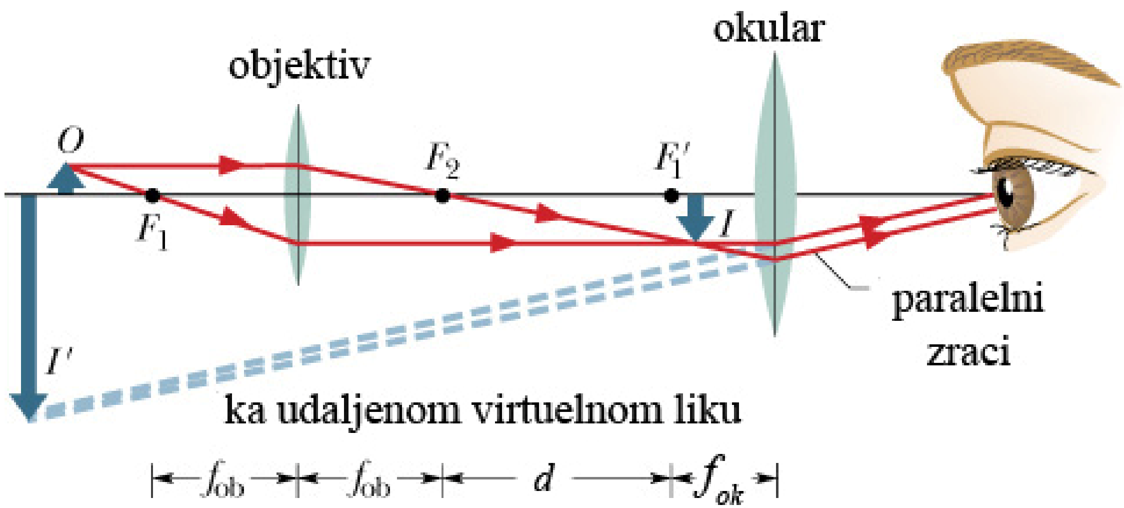
$$m = \frac{\theta'}{\theta}$$

- Максимално угаоно увећање m_{max} се добија када се виртуелни лик формира управо на даљини јасног вида.
- Око може да фокусира јасан лик за предмете који су било где између даљине јасног вида и бесконачности, али се најмање умара ако је предмет у бесконачности. Да би се виртуелан лик формирао у бесконачности, предмет треба да буде постављен у жижу лупе. Тада је угаоно увећање минимално: $\theta_{\text{min}} = |s|/f$.
- Употребом једног сочива могу се постићи увећања од око 4, без изражених хроматских аберација → примена комбинација позитивних и негативних сочива (ахроматски дублети или триплети) омогућавају увећања и до 20 пута.



Микроскоп

- Задатак микроскопа је да обезбеди значајно веће увећање (од око 30) блиског предмета, него што се може постићи применом лупе.
- Микроскоп користи два сочива, објектив (кратка жижна даљина, $f_{ob} < 1$ cm) и окулар (жижна даљина $f_{ok} \sim$ неколико cm), постављена на растојању D много већем од f_{ob} и f_{ok}:



- Предмет који се посматра поставља се иза предње жиже објектива ($p_1 \approx f_{ob}$), тако да формира увећан и инвертован реалан лик I, који сада представља предмет за окулар.
- Подешавањем растојања између објектива и окулара, $D = f_{ob} + d + f_{ok}$, окулар се ставља у улогу лупе, тако да формирани лик I буде непосредно иза његове предње жиже, што за резултат има формирање увећаног и удаљеног виртуелног лика I'.
- Трансверзално увећање објектива је:

$$M_1 = -\frac{l_1}{p_1} \approx -\frac{d}{f_{ob}}$$

где је претпостављено да је d значајно веће од жижних даљина.

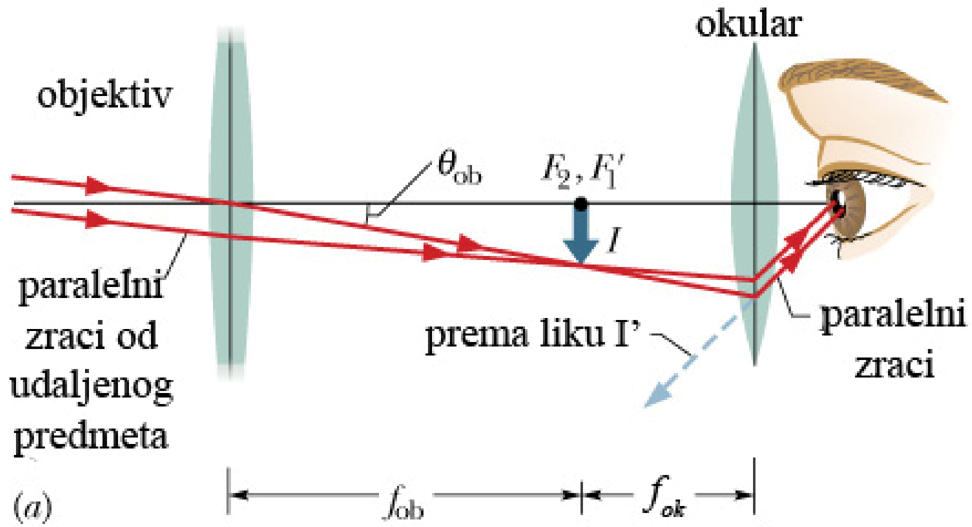
- Укупно увећање:

$$M_T = M_1 \cdot m = -\frac{d}{f_{ob}}\frac{|s|}{f_{ok}}$$

Телескоп

- Задатак телескопа је да обезбеди увећање великих, али веома удаљених објеката. Постоје *рефракциони* и *рефлексиони* телескопи.
- Како су предмети веома далеко, оправдано је претпоставити да до телескопа стижу равански таласни фронтови.
- Структура је слична као код микроскопа, с' том разликом што се растојање између сочива подешава тако да се задња жижа објектива поклапа са предњом жижом окулара.

Рефракциони телескоп:



- Објектив формира реалан инвертован лик удаљеног предмета.
- Растојање између објектива и окулара се подешава тако да се лик након преламања кроз објектив формира у околини жижне даљине окулара, која је уједно и жижна даљина објектива.

→ Сочива су постављена тако да је растојање између њих једнако збиру жижних даљина.

- Угаоно увећање телескопа дефинише се као однос угла под којим се предмет види из објектива и угла под којим се види коначан виртуелан лик из окулара:

$$m = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

- Због велике удаљености звезда, лик формиран телескопом је, без обзира на увећање, тачкаст → сочива морају да буду великог пречника како би сакупила што је могуће више светлости, што је скупо и компликовано, па се објектив може заменити конкавним огледалом → рефлексиони телескоп